

Ioan-Florin Bugariu
Cristinel Severin

Georgiana Cârlogea
Dan Grigorie

Matematică pentru încredere și reușită

Înțelegere. Exersare. Succes

Clasa a V-a

I



Cuprins

La matematică nu trebuie să ne temem de greșeli! 3

Capitolul I

Numere naturale

- 1 Scrierea și citirea numerelor naturale; reprezentarea pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări 11
- 2 Adunarea numerelor naturale. Proprietăți 20
- 3 Scăderea numerelor naturale. Proprietăți 28

Teste recapitulative

- Test 1 34
Test 2 35

- 4 Înmulțirea numerelor naturale, proprietăți. Factor comun. 36
- 5 Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale; împărțirea cu rest a numerelor naturale 44

Teste recapitulative

- Test 1 55
Test 2 56

- 6 Puterea cu exponent natural a unui număr natural; pătratul unui număr natural; reguli de calcul cu puteri; compararea puterilor; scrierea în baza 10; scrierea în baza 2 (fără operații) 57

Teste recapitulative

- Test 1 76
Test 2 76

Formule și rezultate utile 77

Capitolul II

Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

- 1 Metoda reducerii la unitate 83
- 2 Metoda comparației 89
- 3 Metoda figurativă 96
- 4 Metoda mersului invers 103
- 5 Metoda falsei ipoteze 110

Teste recapitulative

- Test 1 113
Test 2 113

Capitolul III

Divizibilitatea numerelor naturale

- 1 Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni 117
- 2 Criterii de divizibilitate cu 2, 5, 10^n , 3 și 9; numere prime; numere compuse 127

Teste recapitulative

- Test 1 136
- Test 2 136

Formule și rezultate utile 137

Capitolul IV

Fracții ordinare

- 1 Frații ordinare; fracții subunitare, echiunitare, supraunitare; procente; fracții echivalente 141
- 2 Compararea fracțiilor cu același numitor/numărător; reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare 149

Teste recapitulative

- Test 1 158
- Test 2 159

- 3 Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție 160
- 4 Cel mai mare divizor comun a două numere naturale (fără algoritmi); amplificarea și simplificarea fracțiilor; fracții ireductibile. 168
- 5 Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale (fără algoritmi); aducerea fracțiilor la un numitor comun 178
- 6 Adunarea și scăderea fracțiilor 186

Teste recapitulative

- Test 1 203
- Test 2 204

- 7 Înmulțirea fracțiilor, puteri; împărțirea fracțiilor 205
- 8 Frații/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară 220

Teste recapitulative

- Test 1 227
- Test 2 228

Formule și rezultate utile 229

Soluții 233

Capitolul II

Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

1

Metoda reducerii la unitate

1. Stabiliți dacă următoarele mărimi depind una de cealaltă:
 - a. prețul unei plase de mere și numărul de kilograme de mere din plasă;
Da, depind una de cealaltă. Cu cât avem mai multe kilograme de mere în plasă, cu atât vom plăti mai mult.
 - b. greutatea unei plase cu banane și numărul de kilograme de banane din plasă;
 - c. numărul de muzicieni dintr-o formație și durata unei melodii;



- d. numărul de ouă dintr-o oală și timpul de fierbere al acestora, considerând că punem ouăle în oală când apa clocotește;
 - e. numărul de kilometri parcurși de o mașină și viteza mașinii într-o oră;
 - f. numărul de sportivi dintr-o echipă și numărul de suporteri ai acelei echipe;
 - g. numărul de muncitori și durata de execuție a unei lucrări.

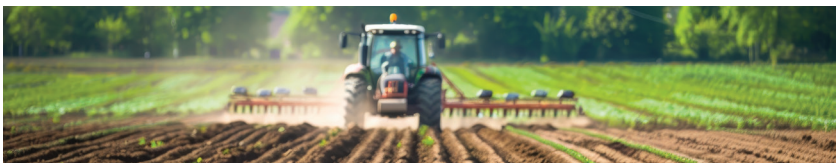
Observație:

- Spunem că două mărimi au **același comportament** dacă o mărime scade (crește) de un număr de ori, atunci și cealaltă scade (crește) de același număr de ori.
- Spunem că două mărimi au **comportament diferit** dacă o mărime scade (crește) de un număr de ori, iar cealaltă crește (scade) de același număr de ori.

2. Stabiliți comportamentul următoarelor mărimi:
 - a. Greutatea unei plase cu morcovi și numărul de kilograme de morcovi din plasă;

Mărimile au același comportament. Cu cât punem mai multe kilograme de morcovi în plasă, cu atât plasa va fi mai grea.

- b. numărul de tractoare care ară un câmp și timpul în care acestea termină de arat câmpul;



- c. numărul de tractoare care ară un câmp și suprafața câmpului pe care acestea reușesc să îl are în 2 ore;
- d. numărul de suporteri aflați la un meci și banii câștigați din vânzarea билетelor;
- e. latura unui pătrat și perimetrul acestuia;
- f. aria unei pardoseli și numărul de plăci de gresie necesare pentru acoperirea acesteia;
- g. numărul de robinete (cu același debit) și timpul de umplere al unui bazin.

3. Mihai a plătit pentru 10 bilete la teatru 2 500 de lei. Știind că biletele au același preț, determinăți cât a costat un bilet.

Extragem datele problemei:	Analizăm problema:
10 bilete 2500 lei	Cu cât cumpără mai multe bilete ,
1 bilet ?	cu atât plătește mai mult . Deci
	mărimile noastre au același
	comportament .
Mărimile au același comportament → împărțire → $2500 : 10 = 250$ lei (prețul unui bilet).	

- 4. Șapte porumbei au mâncat împreună 196 de boabe de porumb. Știind că fiecare porumbel a mâncat același număr de boabe de porumb, câte boabe de porumb a mâncat un porumbel?
- 5. Opt pești de aceeași dimensiune cântăresc 2000 de grame. Cât cântărește un singur pește?
- 6. Trei tractoare ară un teren în 4 ore. În câte ore va ara terenul un singur tractor?

Extragem datele problemei:	Analizăm problema:
3 tractoare 4 ore	Cu cât lucrează mai multe
1 tractor ?	tractoare, cu atât timpul
	necesar pentru arat este mai
	mic. Deci, mărimile noastre au
	comportament diferit .
Mărimile au comportament diferit → înmulțire → $3 \cdot 4 = 12$ ore (timpul necesar unui tractor pentru a ara singur terenul).	

- 7. Un bazin este umplut de 5 robinete care curg, cu același debit, în 7 ore. În câte ore va umple bazinul un singur robinet?
- 8. O lucrare este finalizată de 6 muncitori în 8 ore. În câte ore va termina aceeași lucrare un singur muncitor?

2. Determinăm numitorul comun astfel: scriem multiplii nenuli ai lui 3 și ai lui 5 în ordine crescătoare, până găsim multiplul comun.

$$\mathcal{M}_3: 3, 6, 9, 12, 15, \dots$$

$$\mathcal{M}_5: 5, 10, 15, \dots$$

Cel mai mic multiplu comun al numitorilor este 15.

3. Aducem fracțiile la numitorul comun găsit la pasul 2.

$15 = 3 \cdot 5 \rightarrow$ deoarece numitorii 3 și 5 sunt numere prime între ele, fiecare fracție se amplifică cu numitorul celeilalte.

Observație. Dacă numitorii fracțiilor sunt numere prime între ele, atunci numitorul comun este egal cu produsul numitorilor fracțiilor date.

4. Adunăm fracțiile cu același numitor.

Scriem la rezultat o fracție cu numitorul 15; pentru a obține numărătorul, adunăm numărătorii fracțiilor obținute după amplificare:

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} + \frac{6}{15} = \frac{10+6}{15} = \frac{16}{15}$$

b. $\frac{1}{4} + \frac{4}{5};$

c. $\frac{2}{3} + \frac{2}{5};$

d. $\frac{5}{6} + \frac{2}{7};$

e. $\frac{2}{9} + \frac{2}{11};$

f. $\frac{6}{5} + \frac{7}{8};$

g. $\frac{3}{5} + \frac{11}{7};$

h. $\frac{12}{13} + \frac{9}{6}.$

13. Efectuați:

a. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{19}{12};$

b. $\frac{4}{9} + \frac{7}{6};$

c. $\frac{7}{10} + \frac{8}{15};$

d. $\frac{5}{6} + \frac{3}{8};$

e. $\frac{3}{12} + \frac{2}{18};$

f. $\frac{13}{20} + \frac{11}{30}.$

14. Efectuați:

a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8};$

Căutăm cel mai mic multiplu comun al numitorilor. Pentru a nu scrie foarte mulți multipli, este util să scriem multiplii pentru numărul cel mai mare, apoi să continuăm descrescător.

$$\mathcal{M}_8: 8, 16, \dots$$

$$\mathcal{M}_4: 4, 8, 12, \dots$$

$$\mathcal{M}_2: 2, 4, 6, 8, \dots$$

$$[2, 4, 8] = 8$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

b. $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6};$

c. $\frac{1}{5} + \frac{7}{15} + \frac{11}{30};$

d. $\frac{7}{45} + \frac{11}{90} + \frac{101}{180}.$

15. Efectuați și scrieți rezultatul sub formă de fracție ireductibilă:

a. $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} + \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{39}{12};$

b. $\frac{1}{5} + \frac{7}{6} + \frac{3}{10} + \frac{4}{15};$

c. $\frac{4}{9} + \frac{5}{6} + \frac{7}{3} + \frac{1}{2};$